

## 2.5.15 Shrnutí - Kvadratické funkce, rovnice a nerovnice

**Předpoklady:** 020519

### Důležité znalosti

**Kvadratický trojčlen**  $ax^2 + bx + c$  :

- konstanty  $a, b, c$  určují, se kterým z kvadratických trojčlenů právě pracujeme (odlišují například trojčlen  $3x^2 - 2x + 15$  od trojčlenu  $x^2 + x - 1$ ),
- neznámá  $x$  slouží jako žolík, za který do zvoleného trojčlenu dosazujeme typicky veškerá reálná čísla.

Co můžeme dělat s kvadratickým trojčlenem?

- $y = ax^2 + bx + c$  - kvadratická funkce (otázka: "Jaká je kdy hodnota kvadratického trojčlenu?"), graf parabola
  - $y = K(x-L)^2 + M$  - graf snadno nakreslíme metodou obecné funkce,
  - $y = ax^2 + bx + c$  - v předpisu dvě  $x \Rightarrow$  musíme doplněním na čtverec převést na tvar  $y = K(x-L)^2 + M$  s jedním  $x$ :

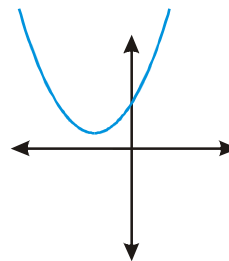
$$y = x^2 - 2x + 2 = \underbrace{x^2 - 2x}_{x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2 - 1^2} + \underbrace{2}_{0} = [x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2] - 1^2 + 2 = (x-1)^2 + 1$$
$$A^2 - 2AB + B^2 = A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$$

- Z grafu snadno určíme maximum, minimum, kde je funkce rostoucí, kdy klesající.
- $ax^2 + bx + c = 0$  - kvadratická rovnice (otázka: "Kdy je kvadratický trojčlen roven nule?")
  - snadné pro:
    - $2x^2 + 3x = x(2x+3) = 0$  ( $c = 0 \Rightarrow$  můžeme vytknout  $x$ ),
    - $4x^2 - 1 = (2x-1)(2x+1)$  ( $b = 0 \Rightarrow$  rozklad vzorcem  $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$  nebo úprava na  $x^2 = K$ ),
  - vždy jde použít  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ,
    - tři možné situace pod odmocninou  $\sqrt{+}, \sqrt{0}, \sqrt{-}$  odpovídají třem možnostem průsečíku paraboly s osou  $x$  a určují tři možnosti řešení (2, 1 a žádný kořen),
  - když známe kořeny  $x_1, x_2$ , můžeme vytvořit rozklad  $ax^2 + bx + c = a(x-x_1) \cdot (x-x_2)$ ,
  - z rozkladu můžeme určit kořeny
  - $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + px + q = 0$  normovaný tvar kvadratické rovnice,  $x^2 + px + q = (x-x_1)(x-x_2) = x^2 + x(-x_1-x_2) + x_1x_2 = 0 \Rightarrow$  do rozkladu hledáme dvě čísla, jejichž součin je  $q$  a součet  $p$  ( $\Rightarrow$  Vietovy vzorce),
- $ax^2 + bx + c \geq 0$  - kvadratická nerovnice (otázka: "Kdy je kvadratický trojčlen větší nebo roven nule?")

- zjistíme, kdy je trojčlen roven nule (řešením rovnice  $ax^2 + bx + c = 0$ ), načrtneme si graf a z něj najdeme řešení.

### Zádrhele

- V doplnění na čtverec vytýkáni před závorku a její roznásobení po dokončení.
- U rozkladu  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$  nevynechat  $a$  (nemění kořeny, ale trojčlen ano).
- Žádné řešení při určování kořenů neznamená žádné řešení pro nerovnici.



$$2x^2 + x + 8 > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-63}}{4} \Rightarrow \Rightarrow$$

$$K = R$$

- Příklady typu  $|x^2 + 3x| - x + 1 = 0$  řešíme tradičně - odstraníme absolutní hodnotu podle znaménka čísla  $x^2 + 3x$  a pak zkontrolujeme, zda "výsledky" patří mezi čísla, se kterými jsme počítali.

### Dobré rady

- U příkladů s absolutní hodnotou si důsledně psát, v jaké části řešení se zrovna nacházím (zjišťuji, jak odstranit absolutní hodnotu, řeším konečnou nerovnici, ...).
- Mezi počítáním s písmenky a s konkrétními čísly není žádný rozdíl.

### Potřebné znalosti z minulosti

Základní úpravy, metoda kreslení grafu obecné funkce, vzorec  $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$ , vytýkáni před závorku, orientace v grafech, odstraňování absolutní hodnoty ve funkcích i v rovnicích.

- Př. 1:** Petáková:  
strana 29/cvičení 54  $f_5, f_6$
- Př. 2:** Petáková:  
strana 29/cvičení 54  $f_1, f_2, f_4, f_7, f_8, f_9$
- Př. 3:** Petáková:  
strana 29/cvičení 55  $g_2; g_4; h_3; k_1$
- Př. 4:** Petáková:  
strana 29/cvičení 46  
strana 29/cvičení 48  
strana 29/cvičení 50  
strana 29/cvičení 51  
strana 29/cvičení 52  
strana 29/cvičení 53
- Př. 5:** Petáková:  
strana 12/cvičení 4 a) b)
- Př. 6:** Petáková:  
strana 12/cvičení 4 c) e) h) i)  
strana 12/cvičení 5
- Př. 7:** Petáková:  
strana 13/cvičení 7  
strana 13/cvičení 8  
strana 13/cvičení 9  
strana 13/cvičení 10  
strana 13/cvičení 11  
strana 13/cvičení 12
- Př. 8:** Petáková:  
strana 13/cvičení 14 d) g) k) o) p) r)  
strana 13/cvičení 15 c) h)  
strana 13/cvičení 16 a) b)
- Př. 9:** Petáková:  
strana 14/cvičení 17 a) b) d) f) g) i) j)
- Př. 10:** Petáková:  
strana 15/cvičení 22 t) u) v)  
strana 15/cvičení 23 h) j)

**Shrnutí:**